Due competenze strategiche per la matematica: argomentare e rappresentare

Domingo Paola
Liceo scientifico “A.Issel” di Finale Ligure
G.R.E.M.G. Dipartimento Matematica Università di Genova

Piano della relazione

Una premessa e alcuni miei “pregiudizi”: 8 minuti

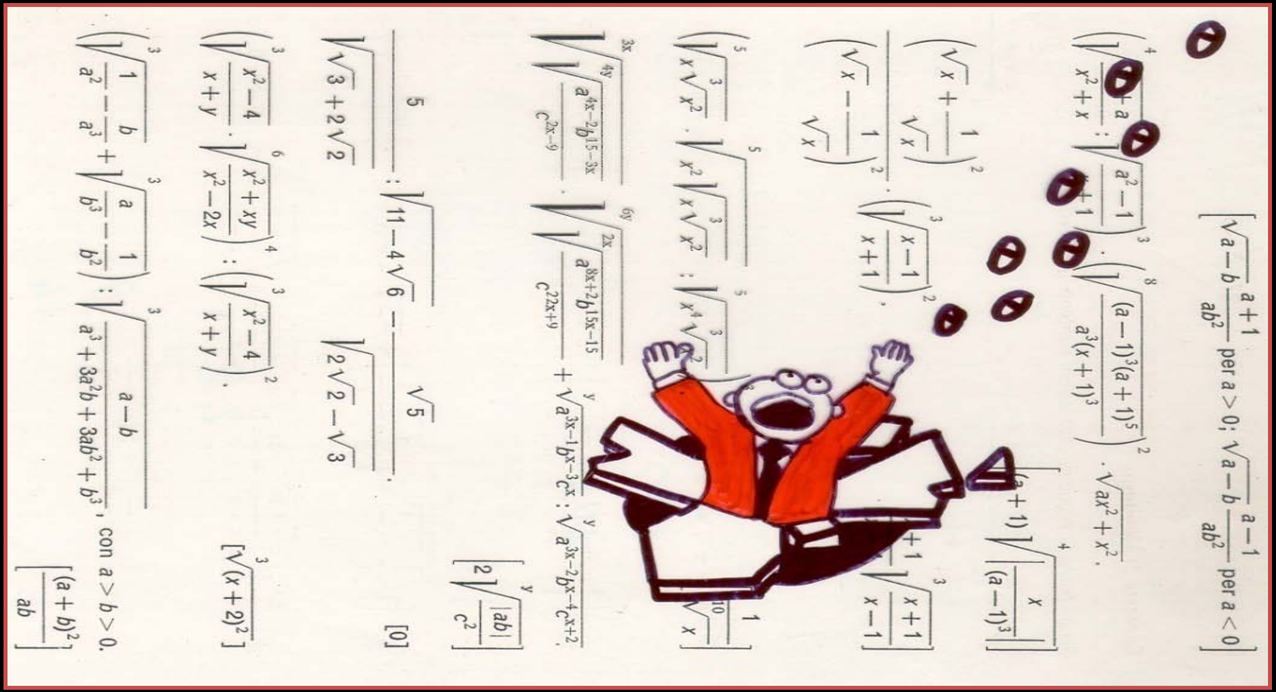
Qualche considerazione sull’argomentazione: 7 minuti

Presentazione e discussione di due esempi per il primo ciclo (scuola primaria e secondaria di primo grado) : 35 minuti

Alcune conclusioni con una riflessione sulle crescenti difficoltà nel costruire una cultura dell’argomentazione in classe nel passaggio dalla scuola primaria ai livelli successivi: 8 minuti

Una premessa

L’emergenza matematica esiste; non è però possibile affrontarla senza una consapevole e attenta riflessione su quelli che sono gli obiettivi dell’insegnamento-apprendimento della matematica in termini di competenze e conoscenze essenziali.



Esplicito i miei … “pregiudizi”

Quattro punti che considero essenziali e prioritari per un’azione didattica che si ponga l’obiettivo di aiutare gli studenti ad acquisire quelle competenze necessarie per una partecipazione informata e consapevole alle scelte sempre più delicate che la vita pubblica impone …

1. La formazione di un curricolo scolastico non può prescindere dal considerare sia la **funzione strumentale**, sia la **funzione culturale** della matematica: strumento essenziale per una comprensione quantitativa della realtà da un lato, e dall’altro un sapere logicamente coerente e sistematico, caratterizzato da una forte unità culturale. **Entrambi gli aspetti sono essenziali per una formazione equilibrata degli studenti.**

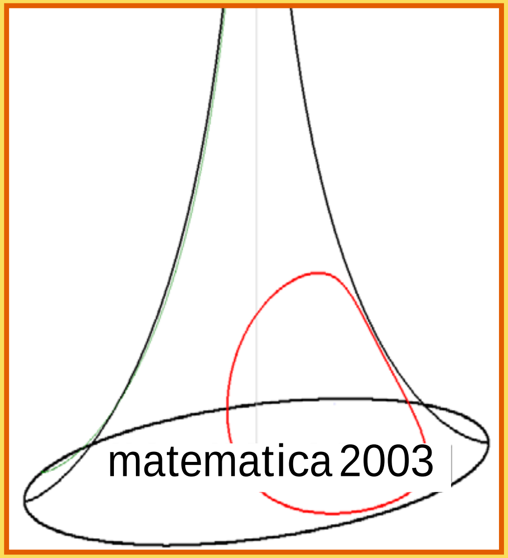
Ministero dell’Istruzione, dell’Università e della Ricerca

Direzione Generale Ordinamenti Scolastici

Unione Matematica Italiana

Società Italiana di Statistica

Liceo Scientifico Statale “A. Vallisneri” Lucca



La Matematica per il cittadino

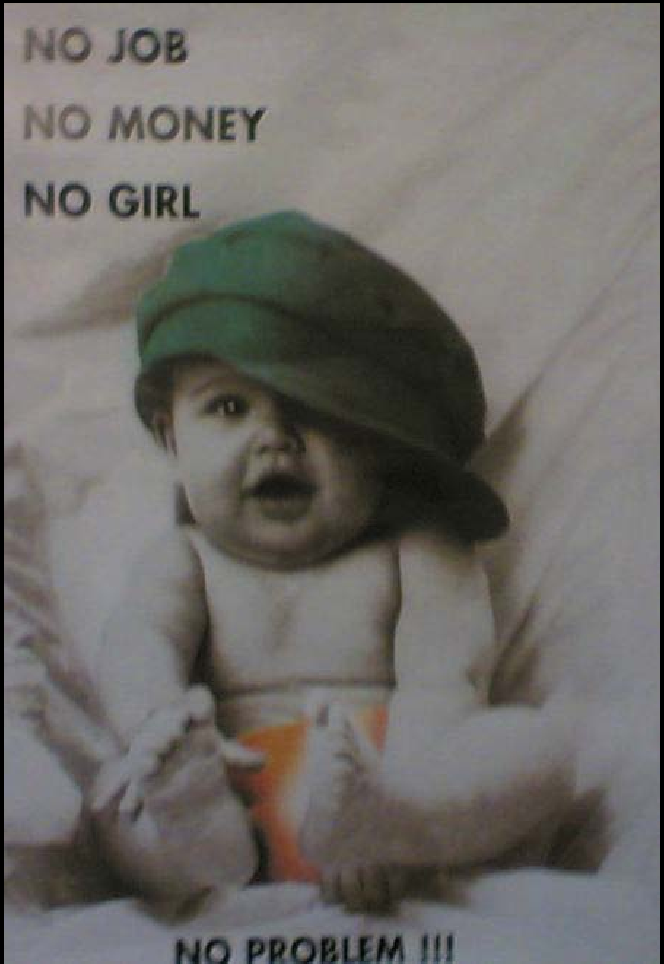
Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curricolo di matematica

Ciclo secondario

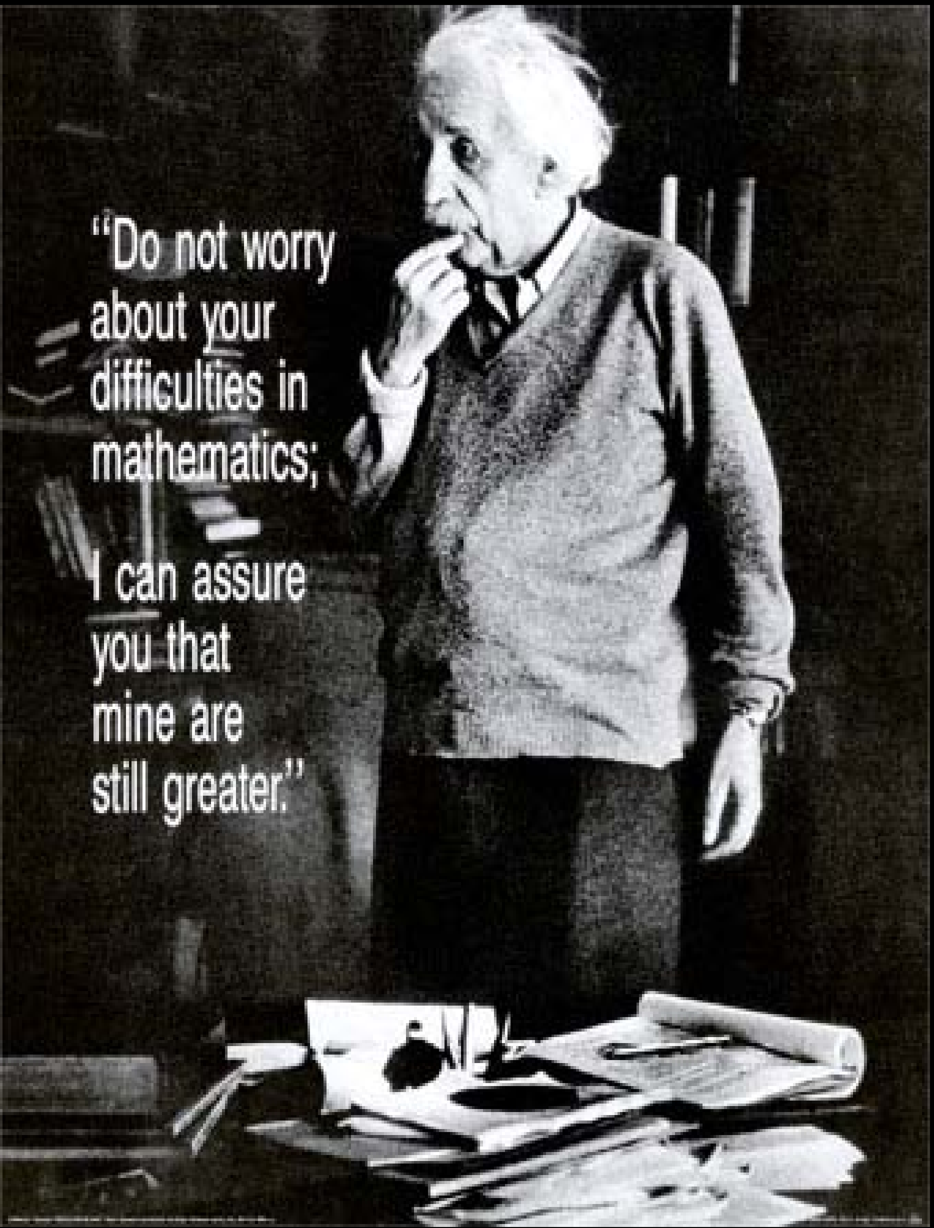
2. Compito dell’azione didattica è quello di favorire il passaggio da forme di conoscenza tacite, a forme consapevoli, mediante attività di riflessione sulle esperienze individuali e collettive.
È quello di far comprendere il ruolo e la funzione del sapere teorico.

3. La scuola non può più permettersi di essere selettiva:

No alla selezione esplicita



No alla selezione nascosta



4.

Per svolgere oggi la professione docente è necessario, insieme a un costante e moderato esercizio critico della ragione, un …meditato ottimismo della volontà

Un programma per affrontare l’emergenza

La serena e paziente ostinazione della didattica laboratoriale con particolare attenzione didattica alle:

a) attività di esplorazione e osservazione che favoriscano la produzione e la formulazione di congetture e la loro successiva validazione con argomentazioni pertinenti;

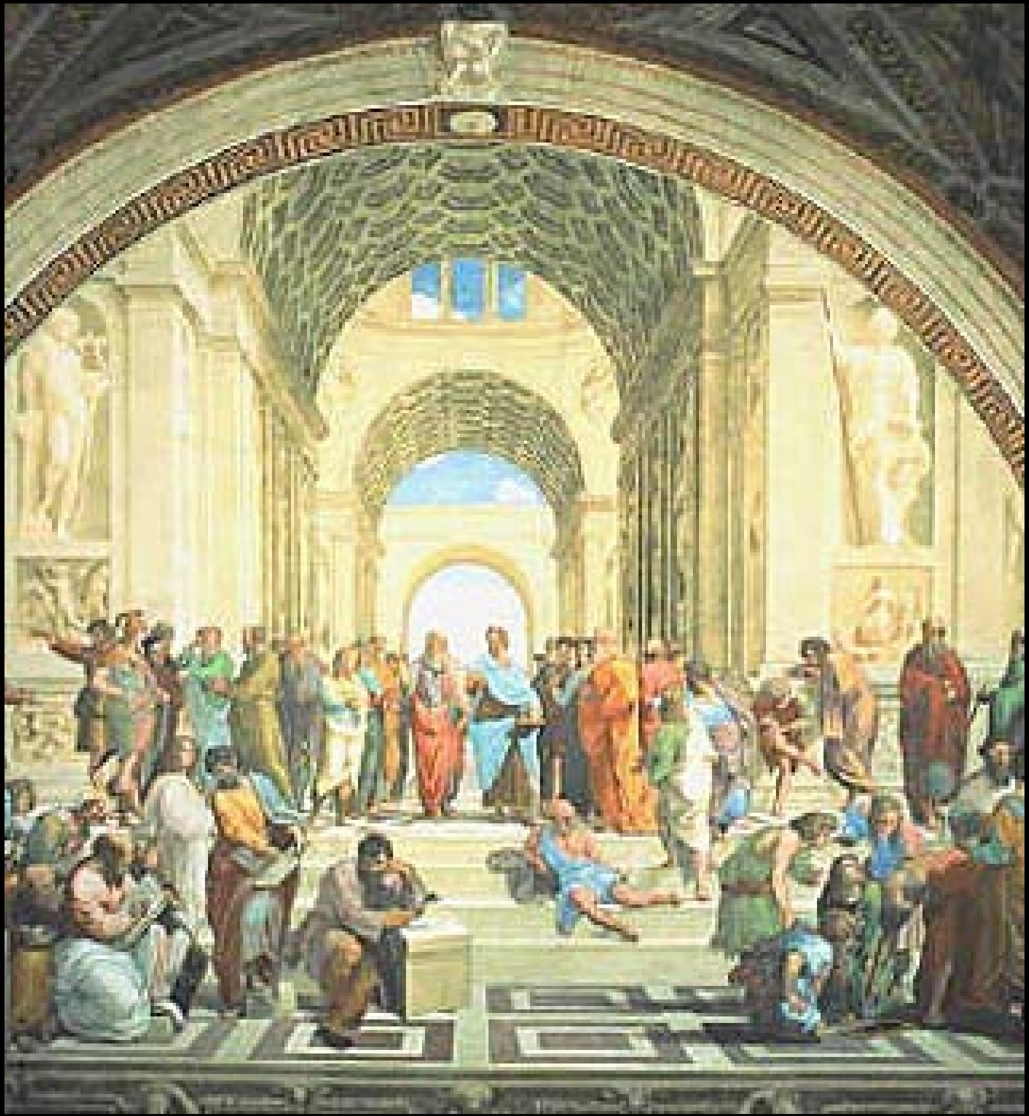
b) attività che favoriscano l’uso di molteplici rappresentazioni degli oggetti matematici, la conversione da una rappresentazione all’altra e il trattamento all’interno di un determinato registro.

Perché è così?

La discussione per la costruzione di una cultura dell'argomentazione in classe

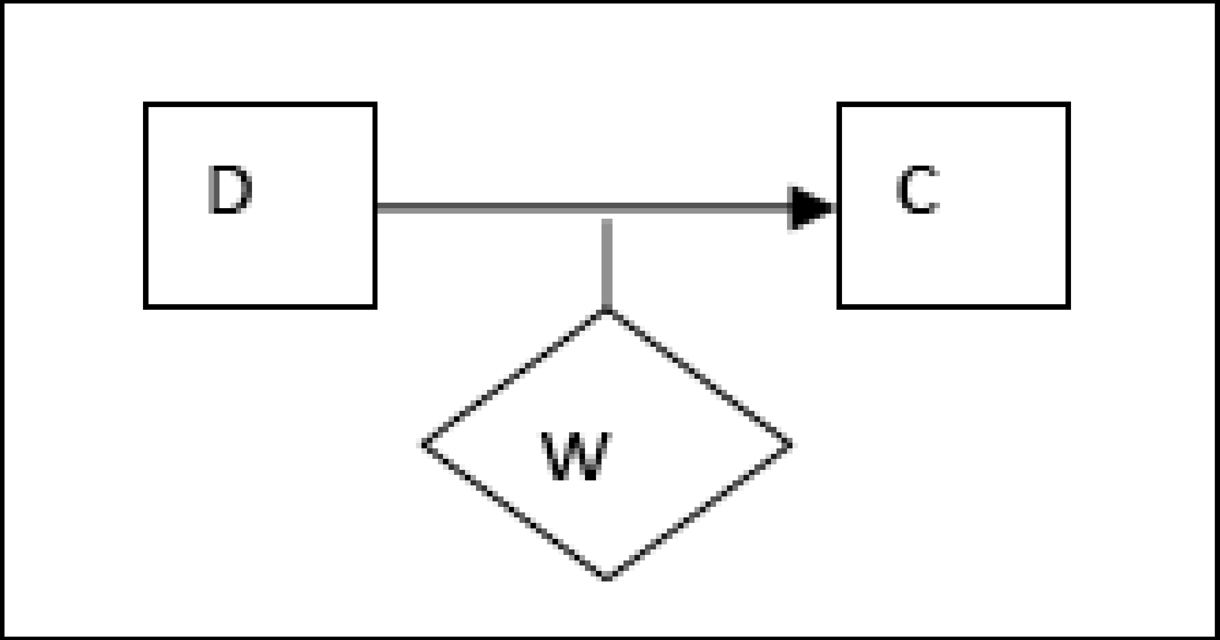
Che cosa succederebbe se ...?

La giustificazione delle azioni e delle strategie messe in opera per risolvere problemi mediante argomentazioni pertinenti e coerenti è una attività centrale nella didattica laboratoriale in matematica e, più in generale, è un obiettivo importante della formazione intellettuale di una persona.



Che cos’è un’argomentazione?

La definizione proposta dal filosofo del linguaggio Toulmin negli anni '50 viene oggi utilizzata da diversi ricercatori nell'ambito della didattica della matematica perché offre un modello che "copre" tutti i tipi di argomentazione usualmente utilizzati in matematica e inoltre stabilisce dei collegamenti con molti tipi di argomentazione utilizzati in altri ambiti e nella vita di tutti i giorni.



Toulmin considera una argomentazione come costituita da uno o più "passi di ragionamento" concatenati; i passi di ragionamento sono a loro volta costituiti da un dato ("Data"), da una conclusione ("Conclusion") e da un'inferenza che dal dato conduce alla conclusione grazie a una "regola di garanzia" ("Warrant") che a sua volta può essere sostenuta da una "conoscenza di supporto" ("Backing") (ad esempio un sistema di affermazioni appartenenti a una teoria accreditata).

È necessario che chi argomenta:
-possieda sufficienti conoscenze sull'oggetto dell'argomentazione: esse possono essere "dati" di partenza, ovvero conoscenze che sostengono i passi di ragionamento; in assenza di tali conoscenze l'argomentazione "gira a vuoto" o si inceppa;

- sappia gestire sul terreno logico e linguistico i passi di ragionamento e la loro concatenazione: uso corretto dei connettivi linguistici che esprimono e permettono le inferenze, padronanza logica delle concatenazioni linguistiche dei passi di ragionamento …

-possieda modelli di argomentazione corrispondenti a diversi tipi di giustificazione (deduttiva: ad esempio la dimostrazione nell'ambito di una teoria, in matematica; l’uso di esempi e contro-esempi; abduzioni, induzioni, analogie…).

- abbia interiorizzato i valori culturali insiti nell'argomentazione, e sappia e voglia quindi scegliere la via dell'argomentazione come modalità privilegiata per fare valere le proprie ragioni, per giustificare le proprie scelte o per assicurare la conformità del proprio prodotto (ad esempio, un enunciato in matematica) agli standard culturali della comunità di appartenenza.

Alcuni "principi" che dovrebbero essere seguiti per lo sviluppo in verticale di attività sull'argomentazione.

a) Le attività sull'argomentazione non possono essere confinate in uno "spazio" ristretto dell'offerta formativa; l'argomentare dovrebbe diventare una prestazione che si inserisce in molte attività e in ambiti disciplinari diversi.

b) Le richieste di spiegare il perché, di giustificare le risposte vanno poste sistematicamente agli studenti, almeno a partire dalla prima classe della scuola elementare.

ESEMPI

Scuola dell’infanzia – prima elementare
La linea dei numeri

Consegne	
	1. E’ importante per te avere la linea dei numeri? (individuale) 2. A che cosa serve la linea dei numeri? (discussione) 3. Oggi è il 24 aprile. L’8 maggio sarà la festa della mamma. Quanti giorni mancano? Spiego il mio ragionamento (individuale) 4. Oggi tre bambini sono assenti. Sai dirmi quanti sono presenti a scuola? (individuale)

Scuola dell'infanzia – prima elementare
La linea dei numeri

Modalità di gestione	**Sulla parete dell'aula, sopra il calendario, è appesa una linea dei numeri da 1 a 31. Una mattina la linea dei numeri non c'è più:** **"*E' importante per te avere la linea dei numeri?*"** **Dalle risposte individuali emerge che è uno strumento importante perché ci AIUTA.** **Si va a riprendela: *"In che cosa ci aiuta?"*** **Durante la discussione ogni volta che i bambini giungono a una conclusione, l'insegnante riassume e chiarisce il pensiero del bambino**

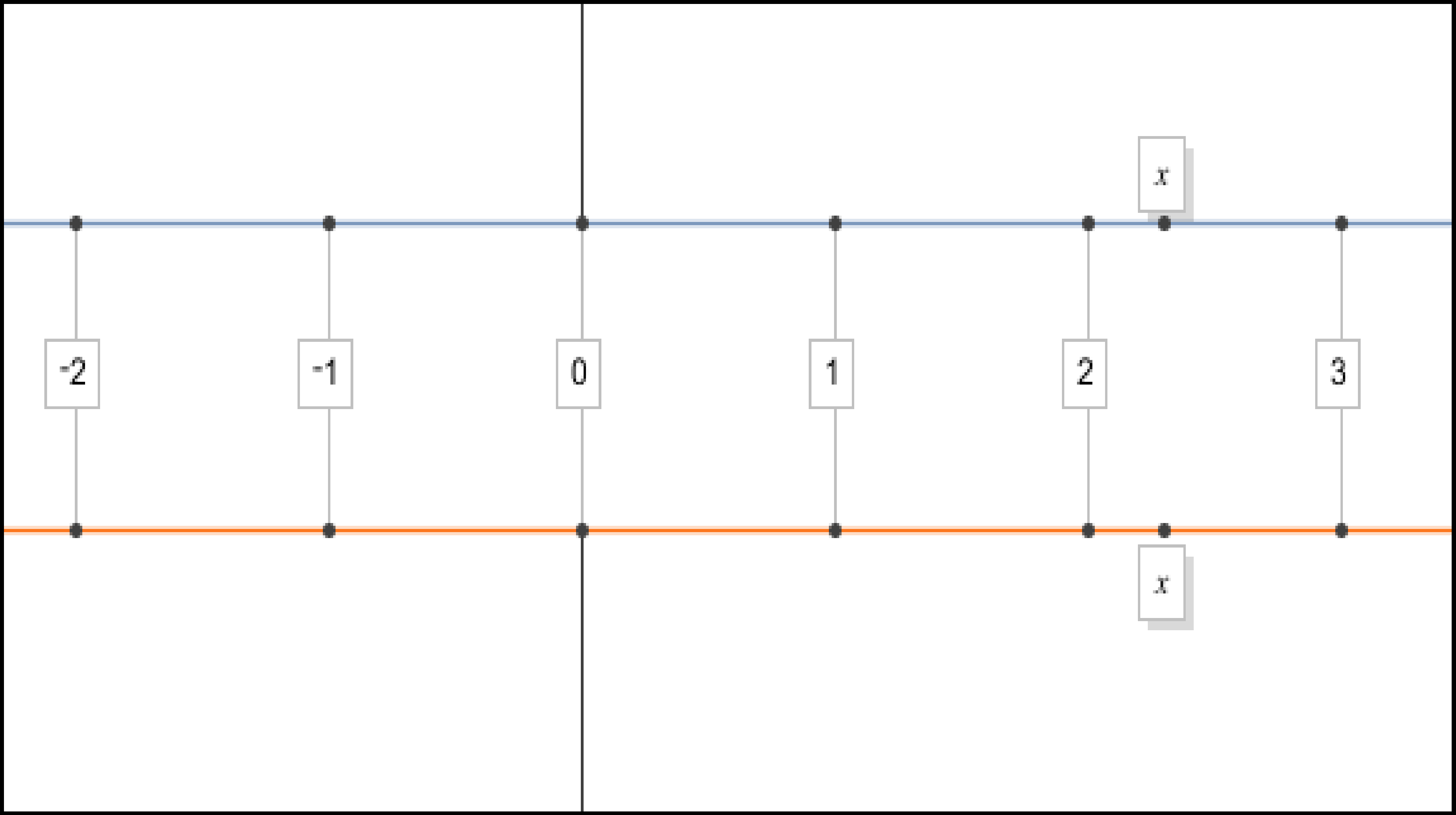
Scuola dell'infanzia – prima elementare
La linea dei numeri

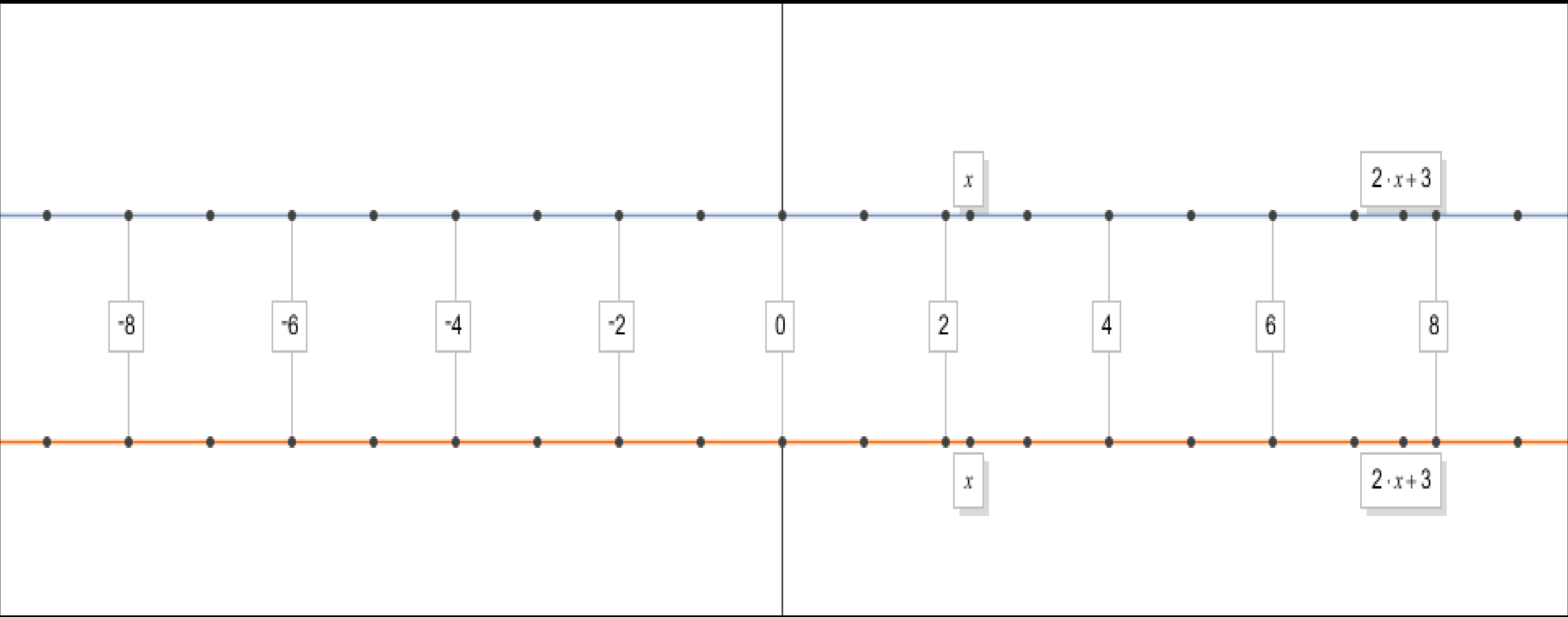
Natura e livello dell'argomentazione	• **Le consegne 1 e 2 spingono i bambini a motivare l'utilità della linea dei numeri a partire della riflessione sulle sue funzioni, che i bambini conoscono bene perché le sperimentano tutti i giorni. Hanno argomenti per sostenere le loro affermazioni, producendo esempi specifici.** • **Nelle consegne 3 e 4 i bambini si appoggiano per rispondere al calendario e alla linea dei numeri e ciò fornisce al numero una semantica familiare, che permette di risolvere anche problemi complessi per quell'età.**

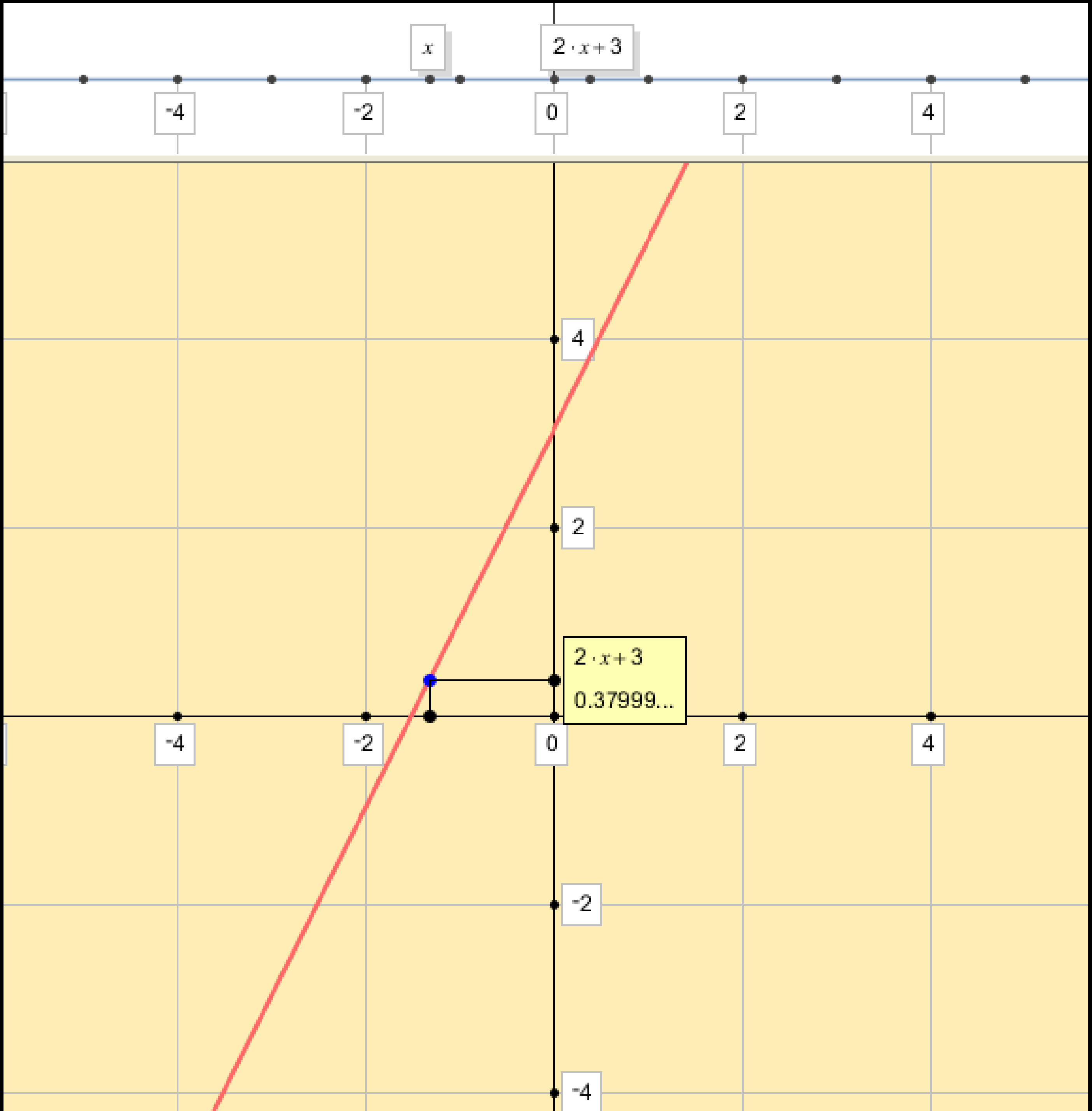
Scuola dell'infanzia – prima elementare
La linea dei numeri

Possibilità articolazione verticale	Il collegamento con le attività matematiche della classe prima è assolutamente naturale e in continuità, almeno SE l'approccio al numero non è di carattere insiemistico (o, peggio, di tipo esclusivamente insiemistico). Un approccio prevalentemente insiemistico, per bambini abituati a muoversi con disinvoltura sulla linea dei numeri, può risultare rischioso e portatore di frustrazioni che rischiano di segnare l'esperienza con la matematica. Il suggerimento implicito è che il senso ordinale del numero possa essere utilizzato come veicolo per altri sensi.

La retta numerica e l’introduzione al concetto di variabile (scuola secondaria di primo grado)

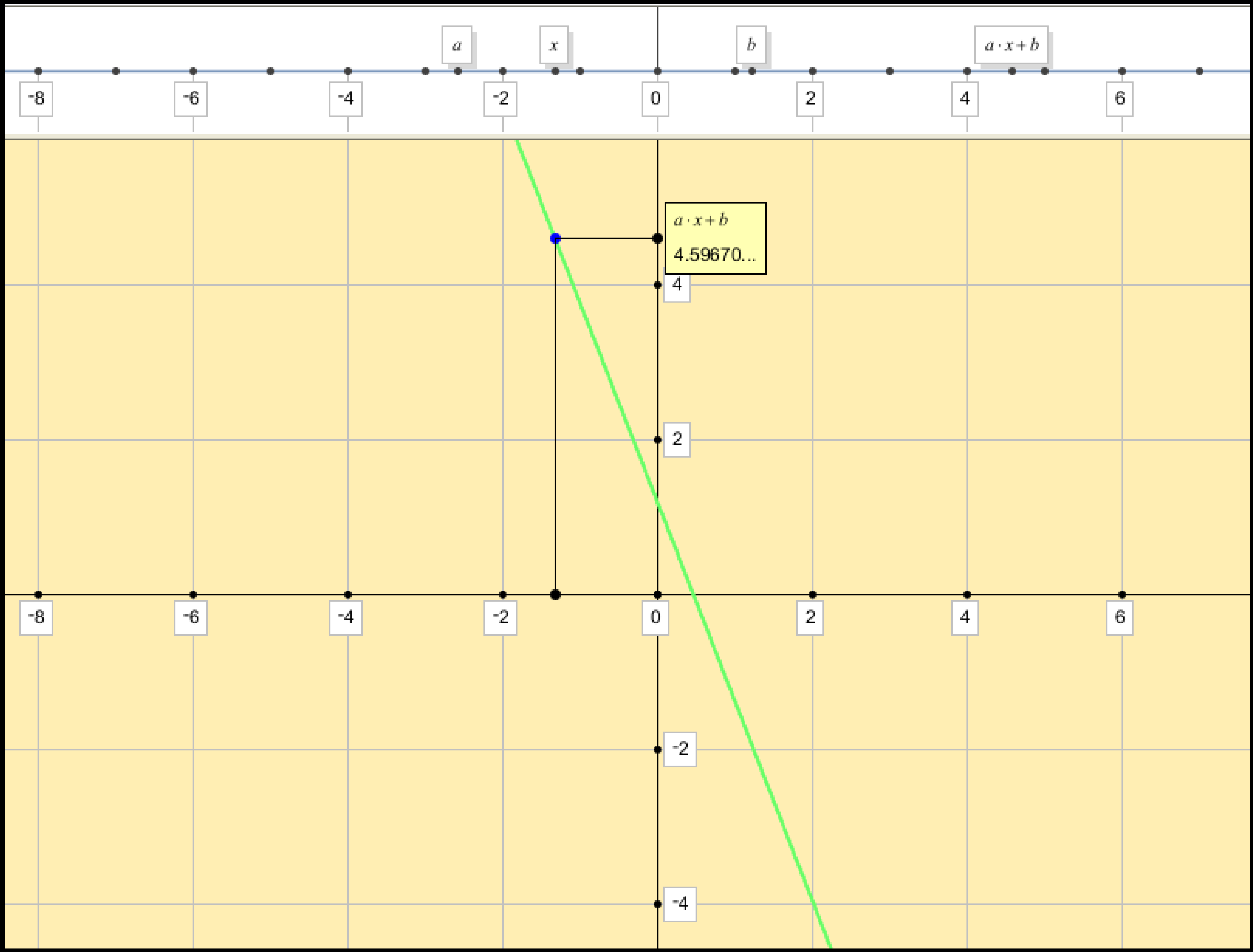



x
2·x+3
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8
x
2·x+3



x
2 · x + 3
-4
-2
0
2
4
4
2
2 · x + 3
0.37999...
-4
-2
0
2
4
-2
-4

Le funzioni lineari (scuola secondaria di secondo grado)



Il valore del denaro nel tempo.
Studenti di scuola secondaria di secondo grado che assistono studenti di scuola elementare: un tentativo di recupero scolastico

a.s. 2005-2006

Domingo Paola

http://cieaem.net/DVD/valore_del_denaro.htm

Schema progetto

Il valore del denaro nel tempo

(Percorso con la scuola elementare, classi V A e VB; studenti del liceo con ruolo di tutor).

Aspetti motivazionali

Interviste a genitori e nonni, ricerche su internet e sui libri per individuare fatti importanti dal 1960 al 2005 (locali e nazionali).

Aspetti concettuali

Cambiamenti del valore del denaro nel tempo (variazione del potere d’acquisto del denaro).

Concetti matematici interessati

1. Rappresentazioni in scala, rapporti e percentuali.
2. Variazioni relative e assolute.
3. Piano cartesiano.
4. Grafico che rappresenta la variazione di una grandezza nel tempo.
5. Lettura di grafici.
6. Pendenza di un segmento.
7. Uso consapevole degli strumenti automatici di calcolo.

Fasi del lavoro

a) costruzione di una striscia del tempo e, più in generale, attività aventi l'obiettivo di creare contesto, ossia di offrire alle bambine e ai bambini l'occasione di poter cercare e trovare un "senso" storico - sociale ai dati numerici che avrebbero manipolato;

b) elaborazione e rappresentazione dei dati rilevati (anche con l’aiuto delle risorse messe a disposizione da un foglio elettronico);

c) scelta di un paniere e introduzione del concetto di potere di acquisto del denaro. Analisi, alla luce di tale concetto, dei dati prima elaborati;

c) lettura di un testo per adulti avente come obiettivo quello di proporre alcune riflessioni di carattere sociale sull'evoluzione nel tempo del potere di acquisto del denaro, ma anche sull'evoluzione dei salari e su quella dei "bisogni indotti“.

Esempi di attività

Striscia del tempo

Inizialmente si è discusso con i bambini sulla tipologia delle notizie da riportare sulla linea del tempo. Attraverso la lettura di notizie-tipo, si è deciso di classificarle in economiche, storico-geografiche, sociali, sportive, regionali. Le notizie di natura politica sono state inserite in quelle storico/geografiche perché difficilmente classificabili da parte dei bambini. E' stata quindi costruita una legenda con i loghi relativi alle varie tipologie di notizia.

Gli alunni hanno lavorato in piccoli gruppi, ognuno dei quali si è occupato di un anno o di un quinquennio (in particolare per le notizie regionali) utilizzando le diverse fonti messe loro a disposizione.

GLI ANNI SETTANTA
Lo shock petrolifero e la crisi

Da' un titolo ai paragrafi

Nel 1950 i bisogni energetici erano coperti per il 55,7 % dal carbone, per il 6,5% da energia elettrica prodottala fonti primarie, per il 28,9% dal petrolio e per l'8,7% dal gas naturale.
Nel 1972 le percentuali si erano radicalmente modificate:
il carbone era sceso al 28,7%, l'elettricità primaria al 6,9%,il petrolio era salito al 46% e il gas naturale al 18,4%.
In conclusione , gli idrocarburi (petrolio e i suoi derivati) coprivano i due terzi del fabbisogno energetico.

All'inizio degli anni settanta , si pensava che il paese fosse giunto ad una fase di benessere irreversibile , fondato anche sul basso costo del petrolio
L'Italia in pochi anni si era rapidamente trasformata in una **potenza industriale,** basata, però, sul petrolio che veniva importato soprattutto dai paesi arabi del Golfo Persico

Improvvisamente lo sviluppo economico subì un arresto, causato anche- ma non solo- dall'aumento del petrolio stesso : nel 1973 i produttori arabi decretarono che il suo prezzo quadruplicasse.

La crisi energetica colpì tutti i settori industriali, in primo luogo l'industria automobilistica.
Il costo della vita aumentò a dismisura, con una conseguente diminuizione del valore reale dei salari.Alcuni beni di consumo subirono un aumento del 20% rispetto all'anno precedente
I carburanti divennero un bene di lusso ; nel timore di esaurire le riserve , si arrivò a vietare la circolazione domenicale di tutti i veicoli, poi a proibirla a targhe alterne; fu ripristinata l'ora legale per avere un'ora in più di luce al giorno (l'ora legale era già stata sperimentata nel 1966).
Abitudini e aspettative ormai diffuse e legate ad maggior consumo di beni, dovettero essere modificate.
Ma la prima e più diretta conseguenza della crisi energetica fu l'**aumento della disoccupazione**

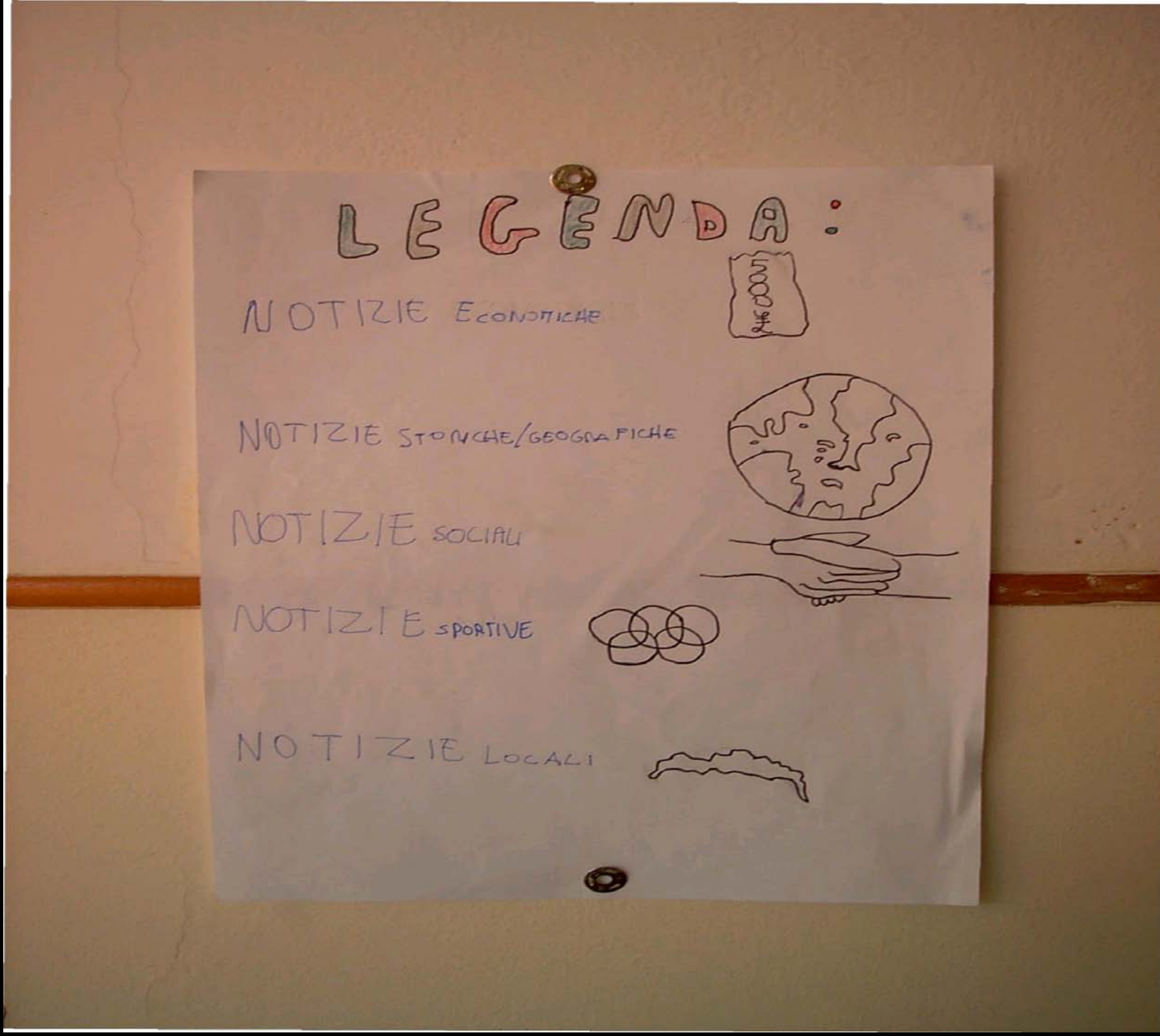
L'Italia nell'ultimo ventennio del Novecento

DA PAESE DI EMIGRAZIONE A PAESE DI IMMIGRAZIONE

Alla fine degli anni ottanta, l'Italia, come altri paesi dell'Europa settentrionale, dovette affrontare il drammatico problema dell'immigrazione clandestina.
Il crescente **flusso migratorio**, proveniva soprattutto dal Nordafrica e dall' Est europeo .
Nel 1990, con la legge Martelli, si cerò di dare un a prima soluzione al problema dell'accoglienza e dell'integrazione degli immigrati

Da' tu una risposta a questa domanda
PERCHÉ EMIGRARE?
Risposte-tipo
Si emigra perché il proprio paese è povero, per dare un futuro migliore ai propri figli, per fuggire dalla guerra , perchè c'è poca democrazia


1960
1965
1970
1975
1980
1985


LEGENDA:
NOTIZIE ECONOMICHE
NOTIZIE STORICHE/GEOGRAFICHE
NOTIZIE SOCIALI
NOTIZIE SPORTIVE
NOTIZIE LOCALI

	1955	1965	2006
Stipendio di un operaio	40.000	86.000	2 130 000
Pane (al chilo)	150	170	5 000
Latte (al litro)	90	130	1 400
Carne di manzo(al chilo)	1 200	1 900	16 500
Vino (al litro)	120	180	6 000
Pasta (al chilo)	190	260	1 500
Zucchero(al chilo)	260	245	2 300
Tazzina caffè	40	60	1 600
Biglietto autobus	25	50	2 000
Giornale quotidiano	25	50	2 000
Benzina (al litro)	138	120	2 500
televisore	160 000	150 000	390 000
Auto 600	590 000	640 000	13 550 000

Il costo della vita …a confronto

Analisi della tabella comparativa
CHE COSA OSSERVI ?

Alcune tipologie di risposta

1. Nel 2006, sia i prezzi che lo stipendio sono molto più alti rispetto agli altri anni.

2. Le auto costano sempre più dello stipendio di un operaio.

3. Per acquistare un televisore, sia nel 1955 che nel 1965, occorreva più di uno stipendio, mentre nel 2006 con uno stipendio si potrebbero acquistare 5 televisori.

4. Il biglietto dell'autobus e il quotidiano mantengono lo stesso prezzo.

5. Tutti i prodotti dal 1955 al 1965, aumentano di prezzo, tranne zucchero, benzina e televisori.

Quanti chili di carne si possono acquistare con uno stipendio?

1965	1970	1975
86'000 : 1900 = = 45,26 Kg	120'000 : 2100 = = 57,14 Kg	154'000 : 4500 = = 34,22 Kg

Tutto aumenta...

... di quanto?

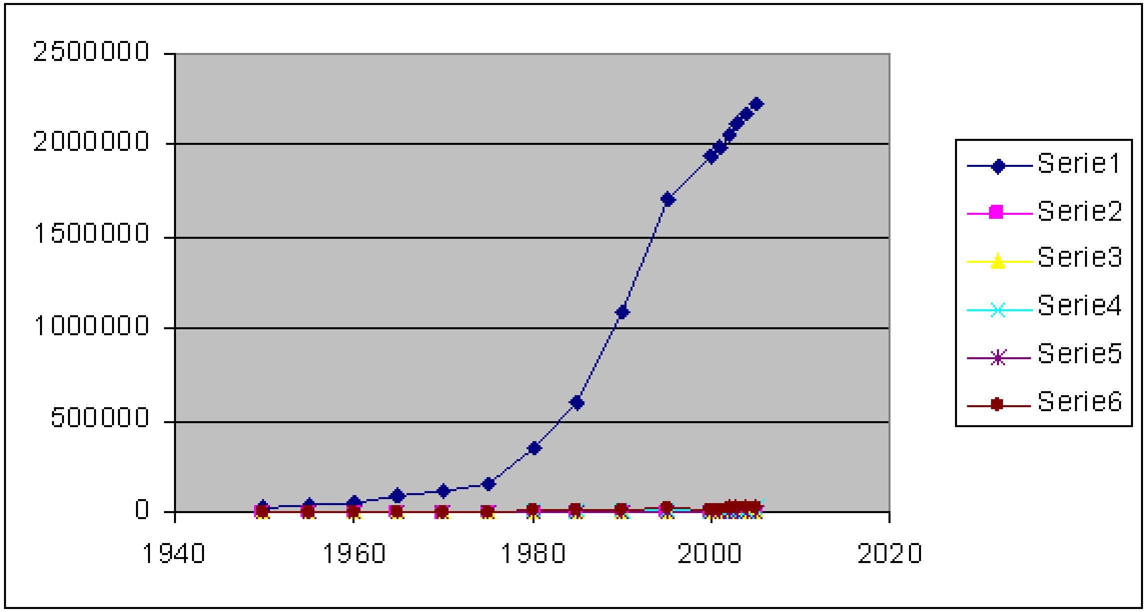
	DAL 1965 AL 1970		
STIPENDIO	86'000 +	34'000	= 120'000 £
CARNE	1900 +	200	= 2100 £

	DAL 1970 AL 1975		
STIPENDIO	120'000 +	34'000	= 154'000 £
CARNE	2100 +	2400	= 4500 £

	DAL 1965 AL 1975		
STIPENDIO	86'000 +	68'000	= 154'000 £
CARNE	1900 +	2600	= 4500 £

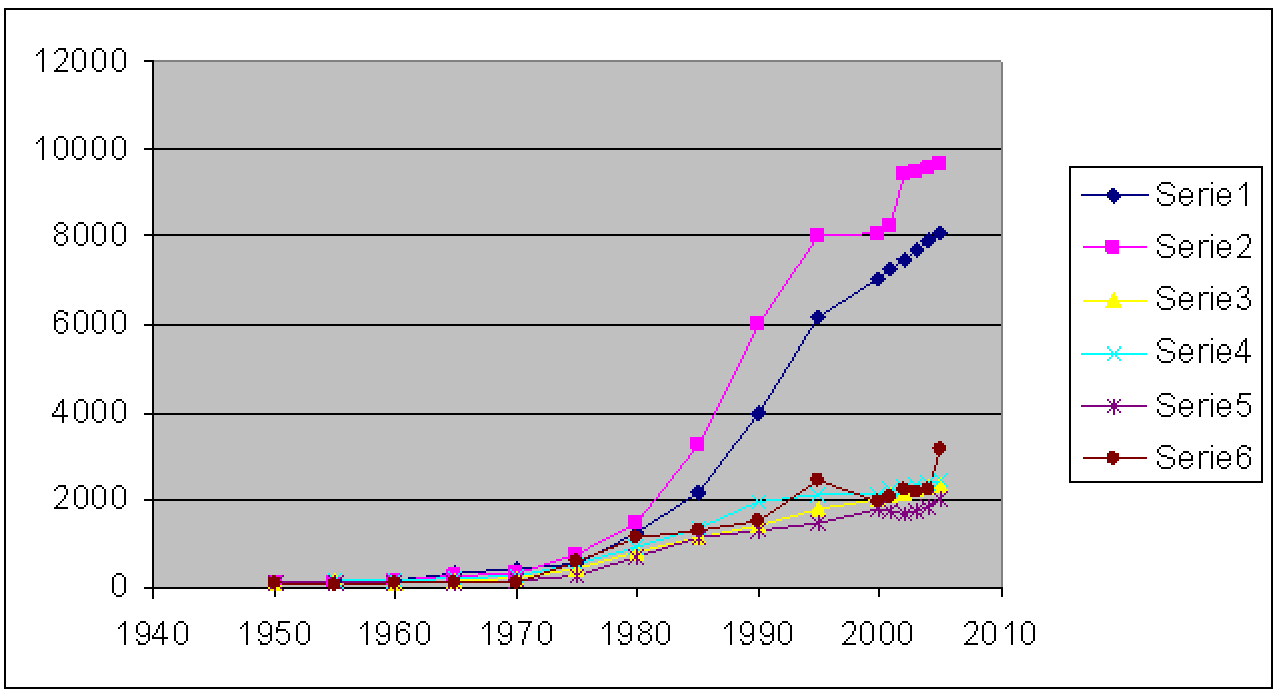
Elaborazione dati

Anno	Salario mensile di un operaio	1 quotidiano	1 kg di pane	1 kg di carne	1 l. di benzina	1 gr di oro
1950	27500	20	105	805	116	918
1955	40000	25	150	1200	138	721
1960	47000	30	140	1400	120	835
1965	86000	50	170	1900	120	870
1970	120000	70	230	2100	160	1022
1975	154000	150	450	4500	305	5440
1980	350000	300	850	7600	850	10700
1985	600000	650	1200	11000	1329	11800
1990	1100000	1200	1500	16000	1500	13800
						22450
						18046
						18859
						20428
						20002
						20486
						29044



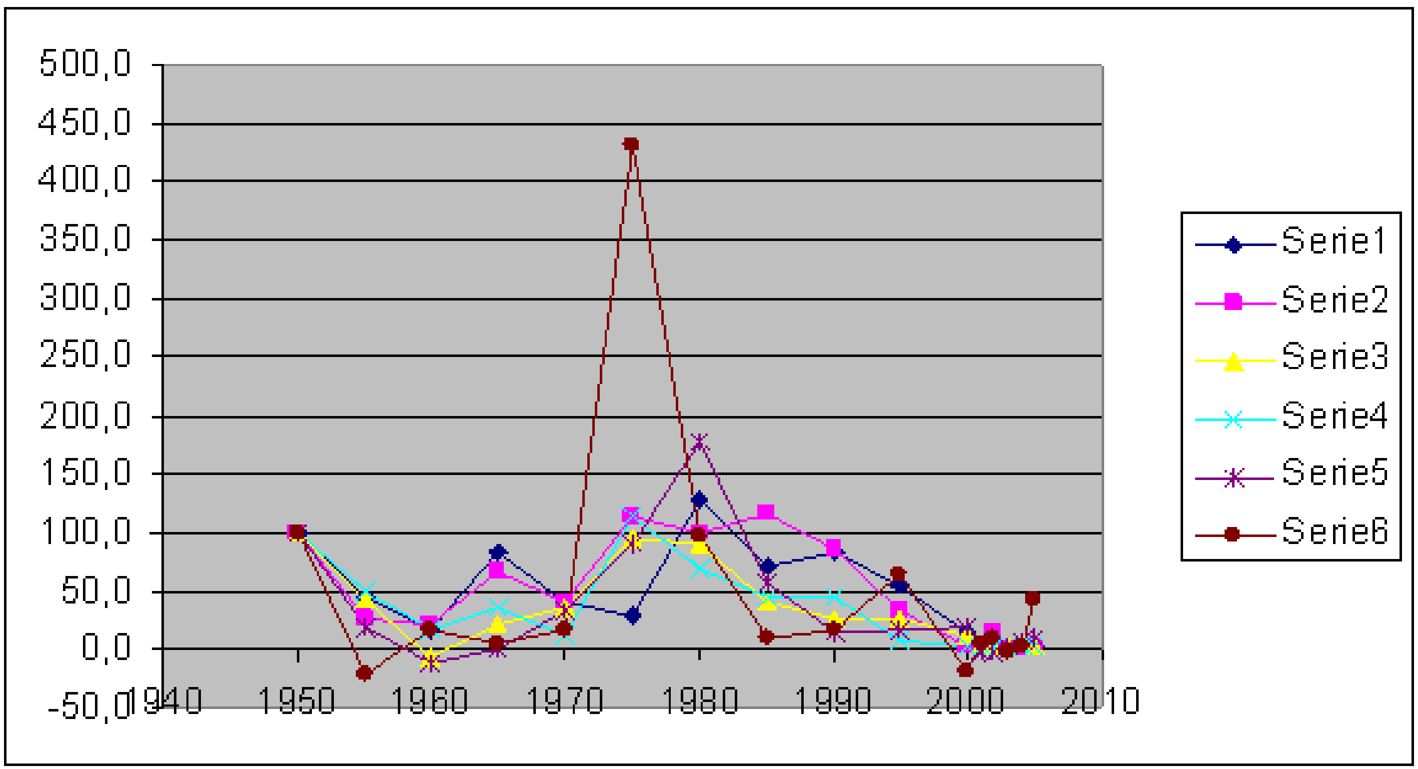
Indici a base fissa 1950

Anno	Serie 1 Salario operaio	Serie 2 giornale	Serie 3 pane	Serie 4 carne	Serie 5 benzina	Serie 6 oro
1950	100	100	100	100	100	100
1955	145	125	143	149	119	79
1960	171	150	133	174	103	91
1965	313	250	162	236	103	95
1970	436	350	219	261	138	111
1975	560	750	429	559	263	593
1980	1273	1500	810	944	733	1166
1985	2182	3250	1143	1366	1146	1285
1990	4000	6000	1429	1988	1293	1503
1995	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2000						
2001						
2002						
2003						
2004						
2005						

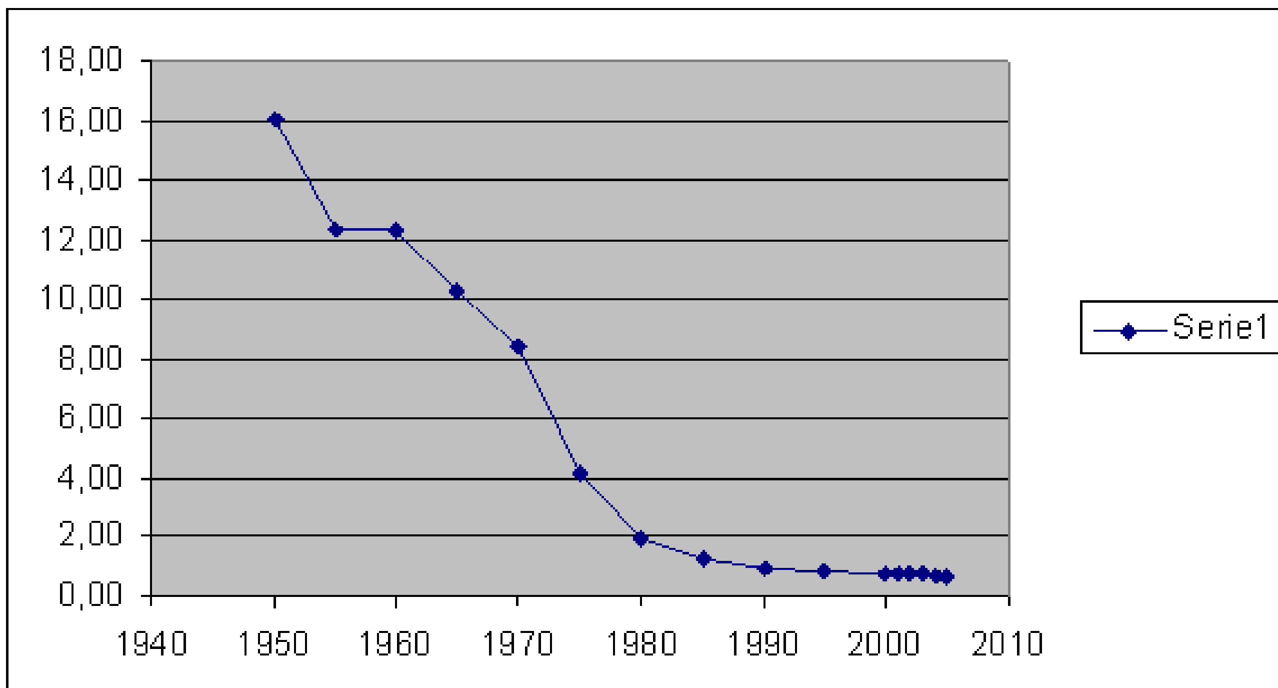


Indici a base mobile

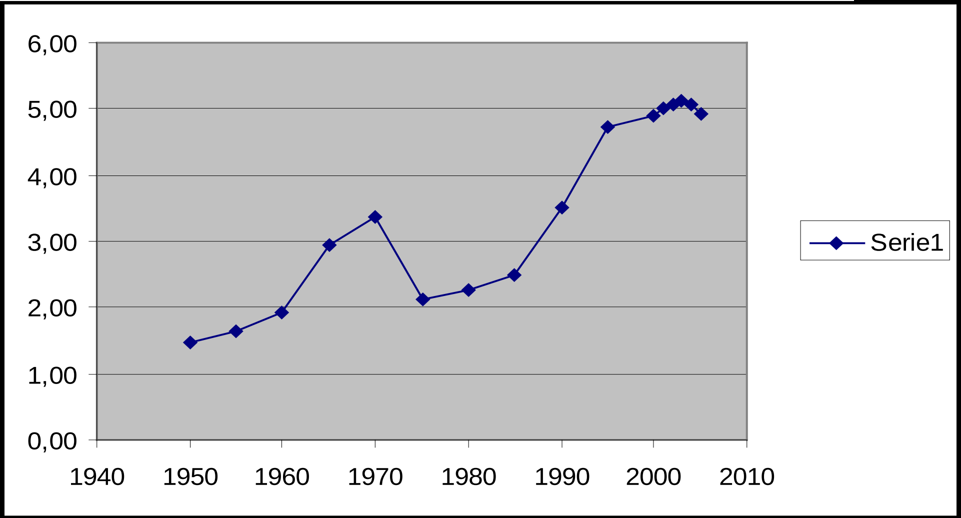
Anno	Salario operaio	giornale	pane	carne	benzina	oro
1950	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
1955	45,5	25,0	42,9	49,1	19,0	-21,5
1960	17,5	20,0	-6,7	16,7	-13,0	15,8
1965	83,0	66,7	21,4	35,7	0,0	4,2
1970	39,5	40,0	35,3	10,5	33,3	17,5
1975	28,3	114,3	95,7	114,3	90,6	432,3
1980	127,3	100,0	88,9	68,9	178,7	96,7
1985	71,4	116,7	41,2	44,7	56,4	10,3
1990	83,3	84,6	25,0	45,5	12,9	16,9
1995	54,5	33,3	25,0	5,0	15,7	62,7
2000						
2001						
2002						
2003						
2004						
2005						



Valore paniere	Potere d'acquisto del denaro (10000 lire)
622	16,08
814	12,29
810	12,35
970	10,31
1190	8,40
2415	4,14
5175	1,93
7987	1,25
10450	0,96
11985	[illegible]
13212	
13300	
13526	
13809	
14358	
15065	

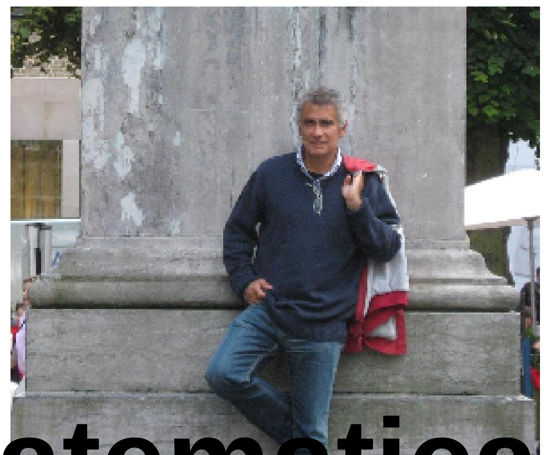


Anno	Valore paniere	"potere di acquisto" del salario
1950	622	1,47
1955	814	1,64
1960	810	1,93
1965	970	2,96
1970	1190	3,36
1975	2415	2,13
1980	5175	2,25
1985	7987	2,50
1990	10450	3,51
1995	11985	4,73
2000	13212	4,89
2001	13300	5,00
2002	13526	5,06
2003	13809	5,11
2004	14358	5,06
2005	15065	4,92



Emergenza matematica? Certo, ma si può affrontare!

Home page Domingo Paola



http://matematica.it/paola

Curriculum | Miei articoli | Links | Materiali vari | Corso di matematic | Prossimi impegni

Test PISA materiali

insegnante di matematica e fisica presso il liceo Issel di Finale Ligure Borgo (SV)